**绝密★启用前**

2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合，，则*A*∩*B*中元素的个数为

A．2 B．3 C．4 D．5

2．若，则*z*=

A．1–i B．1+i C．–i D．i

3．设一组样本数据*x*1，*x*2，…，*xn*的方差为0.01，则数据10*x*1，10*x*2，…，10*xn*的方差为

A．0.01 B．0.1 C．1 D．10

4．Logistic模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领城．有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数*I*(*t*)(*t*的单位：天)的Logistic模型：，其中*K*为最大确诊病例数．当*I*()=0.95*K*时，标志着已初步遏制疫情，则约为（ln19≈3）

A．60 B．63 C．66 D．69

5．已知，则

A． B． C． D．

6．在平面内，*A*，*B*是两个定点，*C*是动点，若，则点*C*的轨迹为

A．圆 B．椭圆 C．抛物线 D．直线

7．设*O*为坐标原点，直线*x*=2与抛物线*C*：交于*D*，*E*两点，若*OD*⊥*OE*，则*C*的焦点坐标为

A．（，0） B．（，0） C．（1，0） D．（2，0）

8．点到直线距离的最大值为

A．1 B． C． D．2

9．如图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是

E:\2020-2021\2021真题\理3数学8题图.tif

A．6+4 B．4+4 C．6+2 D．4+2

10．设*a*=log32，*b*=log53，*c*=，则

A．*a*<*c*<*b* B．*a*<*b*<*c* C．*b*<*c*<*a* D．*c*<*a*<*b*

11．在△*ABC*中，cos*C*=，*AC*=4，*BC*=3，则tan*B*=

A． B．2 C．4 D．8

12．已知函数*f*(*x*)=sin*x*+，则

A．*f*(*x*)的最小值为2 B．*f*(*x*)的图像关于*y*轴对称

C．*f*(*x*)的图像关于直线对称 D．*f*(*x*)的图像关于直线对称

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若*x*，*y*满足约束条件 ,则*z*=3*x*+2*y*的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．设双曲线*C*: (*a*>0,*b*>0)的一条渐近线为*y*=*x*，则*C*的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．设函数．若，则*a*=\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知圆锥的底面半径为1，母线长为3，则该圆锥内半径最大的球的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．（12分）

设等比数列{*an*}满足，．

（1）求{*an*}的通项公式；

（2）记为数列{log3*an*}的前*n*项和．若，求*m*．

18．（12分）

某学生兴趣小组随机调查了某市100天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次，整理数据得到下表（单位：天）：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 锻炼人次  空气质量等级 | [0,200] | (200,400] | (400,600] |
| 1（优） | 2 | 16 | 25 |
| 2（良） | 5 | 10 | 12 |
| 3（轻度污染） | 6 | 7 | 8 |
| 4（中度污染） | 7 | 2 | 0 |

（1）分别估计该市一天的空气质量等级为1，2，3，4的概率；

（2）求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；

（3）若某天的空气质量等级为1或2，则称这天“空气质量好”；若某天的空气质量等级为3或4，则称这天“空气质量不好”．根据所给数据，完成下面的2×2列联表，并根据列联表，判断是否有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关？

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 人次≤400 | 人次>400 |
| 空气质量好 |  |  |
| 空气质量不好 |  |  |

附：，

|  |  |
| --- | --- |
| *P*(*K*2≥*k*) | 0.050 0.010 0.001 |
| *k* | 3.841 6.635 10.828 |

19．（12分）

如图，在长方体中，点，分别在棱，上，且，．证明：



（1）当时，；

（2）点在平面内．

20．（12分）

已知函数．

（1）讨论的单调性；

（2）若有三个零点，求的取值范围．

21．（12分）

已知椭圆的离心率为，，分别为的左、右顶点．

（1）求的方程；

（2）若点在上，点在直线上，且，，求的面积．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修4-4：坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系*xOy*中，曲线*C*的参数方程为 (*t*为参数且*t*≠1)，*C*与坐标轴交于*A*，*B*两点.

（1）求；

（2）以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，求直线*AB*的极坐标方程.

23．[选修4-5：不等式选讲] (10分)

设*a*，*b*，*c***R**， *a*+*b*+*c*=0，*abc*=1．

（1）证明：*ab*+*bc*+*ca*<0；

（2）用max{*a*，*b*，*c*}表示*a*，*b*，*c*中的最大值，证明：max{*a*，*b*，*c*}≥．

**2020年普通高等学校招生全国统一考试**

**文科数学试题参考**答案

**选择题答案**

一、**选择题**

1．B 2．D 3．C 4．C

5．B 6．A 7．B 8．B

9．C 10．A 11．C 12．D

**非选择题答案**

二、**填空题**

13．7 14． 15．1 16．

**三、解答题**

17．解：（1）设的公比为，则.由已知得

，

解得.

所以的通项公式为.

（2）由（1）知 故

由得，即.

解得（舍去），.

18．解：（1）由所给数据，该市一天的空气质量等级为1，2，3，4的概率的估计值如下表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 空气质量等级 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 概率的估计值 | 0.43 | 0.27 | 0.21 | 0.09 |

（2）一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值为

．

（3）根据所给数据，可得列联表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 人次≤400 | 人次>400 |
| 空气质量好 | 33 | 37 |
| 空气质量不好 | 22 | 8 |

根据列联表得

．

由于，故有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关．

19．解：（1）如图，连结，．因为，所以四边形为正方形，故．

又因为平面，于是．所以平面．

由于平面，所以．



（2）如图，在棱上取点，使得，连结，，，

因为，，，所以，于是四边形为平行四边形，故．

因为，，，所以，，四边形为平行四边形，故．

于是．所以四点共面，即点在平面内．

20．解：（1）．

当*k*=0时，，故**在单调递增；

当*k*<0时，，故**在单调递增．

当*k*>0时，令，得．当时，；当时，；当时，．故在，单调递增，在单调递减．

（2）由（1）知，当时，**在单调递增，**不可能有三个零点．

当*k>*0时，为**的极大值点，为**的极小值点．

此时，且，，．

根据**的单调性，当且仅当，即时，**有三个零点，解得．因此*k*的取值范围为．

21．解：（1）由题设可得，得，

所以的方程为.

（2）设，根据对称性可设，由题意知，

由已知可得，直线*BP*的方程为，所以，，

因为，所以，将代入的方程，解得或.

由直线*BP*的方程得或8.

所以点的坐标分别为.

，直线的方程为，点到直线的距离为，故的面积为.

，直线的方程为，点到直线的距离为，故的面积为.

综上，的面积为.

22．[选修4—4：坐标系与参数方程]

解：（1）因为*t*≠1，由得，所以*C*与*y*轴的交点为（0，12）；

由得*t*=2，所以*C*与*x*轴的交点为．

故．

（2）由（1）可知，直线*AB*的直角坐标方程为，将代入，

得直线*AB*的极坐标方程．

23．[选修4—5：不等式选讲]

解：（1）由题设可知，*a*，*b*，*c*均不为零，所以





.

（2）不妨设max{*a*，*b*，*c*}=*a*，因为**，所以*a*>0，*b*<0，*c*<0.由**，可得，故，所以.