**绝密★启用前**

2020年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合，，则中元素的个数为

A．2 B．3 C．4 D．6

2．复数的虚部是

A． B． C． D．

3．在一组样本数据中，1，2，3，4出现的频率分别为，且，则下面四种情形中，对应样本的标准差最大的一组是

A． B．

C． D．

4．Logistic 模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领域．有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数（*t*的单位：天）的Logistic模型：，其中*K*为最大确诊病例数．当时，标志着已初步遏制疫情，则*t\**约为

A．60 B．63 C．66 D．69

5．设*O*为坐标原点，直线*x*=2与抛物线*C*：交于*D*，*E*两点，若，则*C*的焦点坐标为

A． B． C． D．

6．已知向量***a***，***b***满足****，，，则

A． B． C． D．

7．在△*ABC*中，cos*C*=，*AC*=4，*BC*=3，则cos*B*=

A． B． C． D．

8．下图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是

 

A． B． C． D．

9．已知2tan*θ*–tan(*θ*+)=7，则tan*θ*=

A．–2 B．–1 C．1 D．2

10．若直线*l*与曲线*y*=和*x*2+*y*2=都相切，则*l*的方程为

A．*y*=2*x*+1 B．*y*=2*x*+ C．*y*=*x*+1 D．*y*=*x*+

11．设双曲线*C*：（*a*>0，*b*>0）的左、右焦点分别为*F*1，*F*2，离心率为．*P*是*C*上一点，且*F*1*P*⊥*F*2*P*．若△*PF*1*F*2的面积为4，则*a*=

A．1 B．2 C．4 D．8

12．已知55<84，134<85．设*a*=log53，*b*=log85，*c*=log138，则

A．*a*<*b*<*c* B．*b*<*a*<*c* C．*b*<*c*<*a* D．*c*<*a*<*b*

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若*x*，*y*满足约束条件则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．的展开式中常数项是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（用数字作答）．

15．已知圆锥的底面半径为1，母线长为3，则该圆锥内半径最大的球的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．关于函数*f*（*x*）=有如下四个命题：

①*f*（*x*）的图像关于*y*轴对称．

②*f*（*x*）的图像关于原点对称．

③*f*（*x*）的图像关于直线*x*=对称．

④*f*（*x*）的最小值为2．

其中所有真命题的序号是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．（12分）

设数列{*an*}满足*a*1=3，．

（1）计算*a*2，*a*3，猜想{*an*}的通项公式并加以证明；

（2）求数列{2*nan*}的前*n*项和*Sn*．

18．（12分）

某学生兴趣小组随机调查了某市100天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次，整理数据得到下表（单位：天）：

锻炼人次

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 锻炼人次空气质量等级 | [0，200] | （200，400] | （400，600] |
| 1（优） | 2 | 16 | 25 |
| 2（良） | 5 | 10 | 12 |
| 3（轻度污染） | 6 | 7 | 8 |
| 4（中度污染） | 7 | 2 | 0 |

（1）分别估计该市一天的空气质量等级为1，2，3，4的概率；

（2）求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；

（3）若某天的空气质量等级为1或2，则称这天“空气质量好”；若某天的空气质量等级为3或4，则称这天“空气质量不好”．根据所给数据，完成下面的2×2列联表，并根据列联表，判断是否有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关？

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 人次≤400 | 人次>400 |
| 空气质量好 |  |  |
| 空气质量不好 |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 附：*K*2=， | *P*（*K*2≥*k*） | 0.050 0.010 0.001 |  |
| *k* | 3.841 6.635 10.828  | ． |

19．（12分）

如图，在长方体中，点分别在棱上，且，．

（1）证明：点在平面内；

（2）若，，，求二面角的正弦值．



20．（12分）

已知椭圆的离心率为，，分别为的左、右顶点．

（1）求的方程；

（2）若点在上，点在直线上，且，，求的面积．

21．（12分）

设函数，曲线在点(，*f*())处的切线与*y*轴垂直．

（1）求*b*．

（2）若有一个绝对值不大于1的零点，证明：所有零点的绝对值都不大于1．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修4—4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系*xOy*中，曲线*C*的参数方程为（*t*为参数且*t*≠1），*C*与坐标轴交于*A*、*B*两点．

（1）求；

（2）以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，求直线*AB*的极坐标方程．

23．[选修4—5：不等式选讲]（10分）

设*a*，*b*，*c*∈**R**，，．

（1）证明：；

（2）用表示*a*，*b*，*c*的最大值，证明：≥．

 **2020年普通高等学校招生全国统一考试**

**理科数学试题参考**答案

**选择题答案**

一、**选择题**

1．C 2．D 3．B 4．C

5．B 6．D 7．A 8．C

9．D 10．D 11．A 12．A

**非选择题答案**

二、**填空题**

13．7 14．240 15． 16．②③

**三、解答题**

17．解：（1） 猜想 由已知可得

，

，

……

.

因为，所以

（2）由（1）得，所以

. ①

从而

.②

 得

，

所以

18．解：（1）由所给数据，该市一天的空气质量等级为1，2，3，4的概率的估计值如下表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 空气质量等级 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 概率的估计值 | 0.43 | 0.27 | 0.21 | 0.09 |

（2）一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值为

．

（3）根据所给数据，可得列联表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 人次≤400 | 人次>400 |
| 空气质量好 | 33 | 37 |
| 空气质量不好 | 22 | 8 |

根据列联表得

．

由于，故有95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关．

19．解：设，，，如图，以为坐标原点，的方向为轴正方向，建立空间直角坐标系．



（1）连结，则，，，，，，得．

因此，即四点共面，所以点在平面内．

（2）由已知得，，，，，，，．

设为平面的法向量，则

即可取．

设为平面的法向量，则

同理可取．

因为，所以二面角的正弦值为．

20．解：（1）由题设可得，得，

所以的方程为.

（2）设，根据对称性可设，由题意知，

由已知可得，直线*BP*的方程为，所以，，

因为，所以，将代入的方程，解得或.

由直线*BP*的方程得或8.

所以点的坐标分别为.

，直线的方程为，点到直线的距离为，故的面积为.

，直线的方程为，点到直线的距离为，故的面积为.

综上，的面积为.

21．解：（1）．

依题意得，即.

故．

（2）由（1）知，.

令，解得或.

与的情况为：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* |  |  |  |  |  |
|  | + | 0 | – | 0 | + |
|  | 学科网 |  | 学科网 |  | 学科网 |

因为，所以当时，只有大于1的零点.

因为，所以当时，*f*（*x*）只有小于–1的零点．

由题设可知，

当时，只有两个零点和1.

当时，只有两个零点–1和.

当时，有三个等点*x*1，*x*2，*x*3，且，，．

综上，若有一个绝对值不大于1的零点，则所有零点的绝对值都不大于1.

22．解：

（1）因为*t*≠1，由得，所以*C*与*y*轴的交点为（0，12）；

由得*t*=2，所以*C*与*x*轴的交点为．

故．

（2）由（1）可知，直线*AB*的直角坐标方程为，将代入，

得直线*AB*的极坐标方程

．

23．解：

（1）由题设可知，*a*，*b*均不为零，所以





.

（2）不妨设max{*a*，*b*，*c*}=*a*，因为**，所以*a*>0，*b*<0，*c*<0.由**，可得，故，所以.