**绝密★启用前**

2020年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若*z*=1+i，则|*z*2–2*z*|=

A．0 B．1 C． D．2

2．设集合*A*={*x*|*x*2–4≤0}，*B*={*x*|2*x*+*a*≤0}，且*A*∩*B*={*x*|–2≤*x*≤1}，则*a*=

A．–4 B．–2 C．2 D．4

3．埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥，以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为



A． B． C． D．

4．已知*A*为抛物线*C*:*y*2=2*px*（*p*>0）上一点，点*A*到*C*的焦点的距离为12，到*y*轴的距离为9，则*p*=

A．2 B．3 C．6 D．9

5．某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率*y*和温度*x*（单位：°C）的关系，在20个不同的温度条件下进行种子发芽实验，由实验数据得到下面的散点图：



由此散点图，在10°C至40°C之间，下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率*y*和温度*x*的回归方程类型的是

A． B．

C． D．

6．函数的图像在点处的切线方程为

A． B．

C． D．

7．设函数在的图像大致如下图，则*f*(*x*)的最小正周期为



A． B．

C． D．

8．的展开式中*x*3*y*3的系数为

A．5 B．10

C．15 D．20

9．已知，且，则

A． B．

C． D．

10．已知为球的球面上的三个点，⊙为的外接圆，若⊙的面积为，，则球的表面积为

A． B． C． D．

11．已知⊙*M*：，直线：，为上的动点，过点作⊙*M*的切线，切点为，当最小时，直线的方程为

A． B． C． D．

12．若，则

A． B． C． D．

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．若*x*，*y*满足约束条件则*z*=*x*+7*y*的最大值为 .

14．设为单位向量，且，则 .

15．已知*F*为双曲线的右焦点，*A*为*C*的右顶点，*B*为*C*上的点，且*BF*垂直于*x*轴.若*AB*的斜率为3，则*C*的离心率为 .

16．如图，在三棱锥*P*–*ABC*的平面展开图中，*AC*=1，，*AB*⊥*AC*，*AB*⊥*AD*，∠*CAE*=30°，则cos∠*FCB*= .



三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．（12分）

设是公比不为1的等比数列，为，的等差中项．

（1）求的公比；

（2）若，求数列的前项和．

18．（12分）

如图，为圆锥的顶点，是圆锥底面的圆心，为底面直径，．是底面的内接正三角形，为上一点，．



（1）证明：平面；

（2）求二面角的余弦值．

19.（12分）

甲、乙、丙三位同学进行羽毛球比赛，约定赛制如下：

累计负两场者被淘汰；比赛前抽签决定首先比赛的两人，另一人轮空；每场比赛的胜者与轮空者进行下一场比赛，负者下一场轮空，直至有一人被淘汰；当一人被淘汰后，剩余的两人继续比赛，直至其中一人被淘汰，另一人最终获胜，比赛结束.

经抽签，甲、乙首先比赛，丙轮空.设每场比赛双方获胜的概率都为，

（1）求甲连胜四场的概率；

（2）求需要进行第五场比赛的概率；

（3）求丙最终获胜的概率.

20.（12分）

已知*A*、*B*分别为椭圆*E*：（*a*>1）的左、右顶点，*G*为*E*的上顶点，，*P*为直线*x*=6上的动点，*PA*与*E*的另一交点为*C*，*PB*与*E*的另一交点为*D．*

（1）求*E*的方程；

（2）证明：直线*CD*过定点.

21．（12分）

已知函数.

（1）当*a*=1时，讨论*f*（*x*）的单调性；

（2）当*x*≥0时，*f*（*x*）≥*x*3+1，求*a*的取值范围.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修4—4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，曲线的参数方程为为参数．以坐标原点为极点，轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

（1）当时，是什么曲线？

（2）当时，求与的公共点的直角坐标．

23．[选修4—5：不等式选讲]（10分）

 已知函数．

（1）画出的图像；

（2）求不等式的解集．



 **2020年普通高等学校招生全国统一考试**

**理科数学试题参考**答案(A卷**)**

**选择题答案**

一、**选择题**

1．D 2．B 3．C 4．C

5．D 6．B 7．C 8．C

9．A 10．A 11．D 12．B

**非选择题答案**

二、**填空题**

13．1 14． 15．2 16．

**三、解答题**

17．解：（1）设的公比为，由题设得 即.

所以 解得（舍去），.

故的公比为.

（2）设为的前*n*项和.由（1）及题设可得，.所以

，

.

可得



所以.

18．解：（1）设，由题设可得，

.

因此，从而.

又，从而.

所以平面.

（2）以为坐标原点，的方向为轴正方向，为单位长，建立如图所示的空间直角坐标系.



由题设可得.

所以.

设是平面的法向量，则，即，

可取.

由（1）知是平面的一个法向量，记，

则.

所以二面角的余弦值为.

19．解：（1）甲连胜四场的概率为．

（2）根据赛制，至少需要进行四场比赛，至多需要进行五场比赛．

比赛四场结束，共有三种情况：

甲连胜四场的概率为；

乙连胜四场的概率为；

丙上场后连胜三场的概率为．

所以需要进行第五场比赛的概率为．

（3）丙最终获胜，有两种情况：

比赛四场结束且丙最终获胜的概率为．

比赛五场结束且丙最终获胜，则从第二场开始的四场比赛按照丙的胜、负、轮空结果有三种情况：胜胜负胜，胜负空胜，负空胜胜，概率分别为，，．

因此丙最终获胜的概率为．

20．解：（1）由题设得*A*（–*a*，0），*B*（*a*，0），*G*（0，1）.

则，=（*a*，–1）.由=8得*a*2–1=8，即*a*=3.

所以*E*的方程为+*y*2=1．

（2）设*C*（*x*1，*y*1），*D*（*x*2，*y*2），*P*（6，*t*）.

若*t*≠0，设直线*CD*的方程为*x*=*my*+*n*，由题意可知–3<*n*<3.

由于直线*PA*的方程为*y*=（*x*+3），所以*y*1=（*x*1+3）.

直线*PB*的方程为*y*=（*x*–3），所以*y*2=（*x*2–3）.

可得3*y*1（*x*2–3）=*y*2（*x*1+3）.

由于，故，可得，

即①

将代入得

所以，．

代入①式得

解得*n*=–3（含去），*n*=.

故直线*CD*的方程为，即直线*CD*过定点（，0）．

若*t*=0，则直线*CD*的方程为*y*=0，过点（，0）.

综上，直线*CD*过定点（，0）.

21．解：（1）当*a*=1时，*f*（*x*）=e*x*+*x*2–*x*，则=e*x*+2*x*–1．

故当*x*∈（–∞，0）时，<0；当*x*∈（0，+∞）时，>0．所以*f*（*x*）在（–∞，0）单调递减，在（0，+∞）单调递增．

（2）等价于.

设函数，则





.

（i）若2*a*+1≤0，即，则当*x*∈（0，2）时，>0.所以*g*（*x*）在（0，2）单调递增，而*g*（0）=1，故当*x*∈（0，2）时，*g*（*x*）>1，不合题意.

（ii）若0<2*a*+1<2，即，则当*x*∈(0，2*a*+1)∪(2，+∞)时，*g'*(*x*)<0；当*x*∈(2*a*+1，2)时，*g'*(*x*)>0.所以*g*(*x*)在(0，2*a*+1)，(2，+∞)单调递减，在(2*a*+1，2)单调递增.由于*g*(0)=1，所以*g*(*x*)≤1当且仅当*g*(2)=(7−4*a*)e−2≤1，即*a*≥.

所以当时，*g*(*x*)≤1.

（iii）若2*a*+1≥2，即，则*g*(*x*)≤.

由于，故由（ii）可得≤1.

故当时，*g*(*x*)≤1.

综上，*a*的取值范围是.

22．解：当*k*=1时，消去参数*t*得，故曲线是圆心为坐标原点，半径为1的圆．

（2）当*k*=4时，消去参数*t*得的直角坐标方程为．

的直角坐标方程为．

由解得．

故与的公共点的直角坐标为．

23．解：（1）由题设知

的图像如图所示．



（2）函数的图像向左平移1个单位长度后得到函数的图像．



的图像与的图像的交点坐标为．

由图像可知当且仅当时，的图像在的图像上方，

故不等式的解集为．